ディジタル論理　Nr. 6

小堀　聡

2.2 真理値表と論理回路

真理値表→論理式（論理回路）

ブール代数の標準形（加法標準形あるいは乗法標準形）を用いる

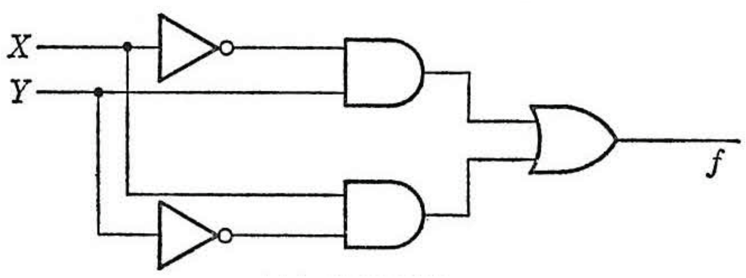
加法標準形の場合
真理値表の出力が１になる入力に着目
入力の１を肯定、０を否定として論理積（最小項）を作る
（０に対応する変数には、否定を示す記号を付ける）
それらの項のすべての論理和を求める（加法標準形になる）

乗法標準形の場合
真理値表の出力が０になる入力に着目
入力の１を否定、０を肯定として論理和（最大項）を作る
（１に対応する変数には、否定を示す記号を付ける）
それらの項のすべての論理積を求める（乗法標準形になる）

加法標準形と乗法標準形のどちらが項が少なくなるか
（出力の１と０のどちらが少ないか）を考えて選ぶ

X	Y	f
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

（a）真理値表



（b）論理回路

論理式（論理回路）→真理値表

０と１のすべてを実際に入れて演算すれば、出力は簡単に求まる
しかし、論理式が標準形で示されているなら、上記の逆の過程で真理値表は求められる

積和の形（加法標準形）か和積の形（乗法標準形）か判断する
（以下、積和の場合）
変数の肯定を１、否定を０として、論理積の項を１と０の列に変換する
これらを入力に対応した出力の欄を１とする
それ以外の出力の欄は０にする
（和積の場合はこの逆の論理関係）

2.3 論理式の簡単化

論理演算

命題論理（あるいはブール代数）の演算規則

ベン図

集合の場合と同じ方法

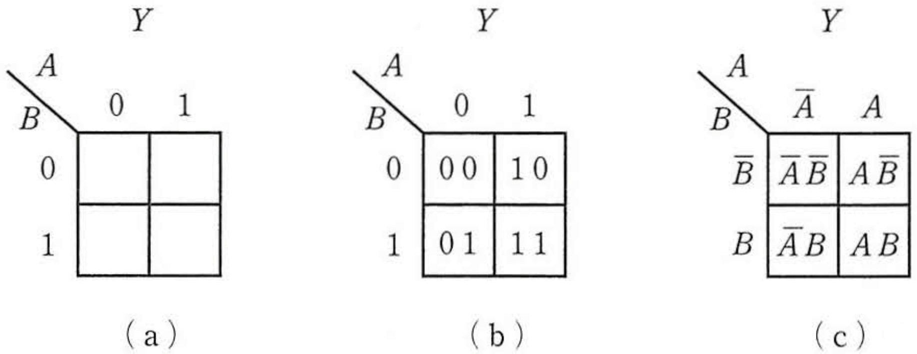
直感的な理解が可能

カルノー図

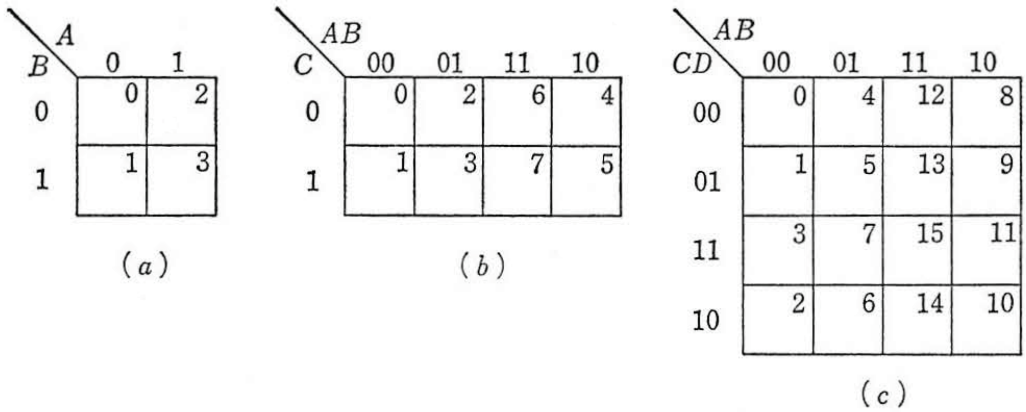
論理の隣接性を図で表現したもの

例：$A \cdot B + A \cdot \overline{B} = A$

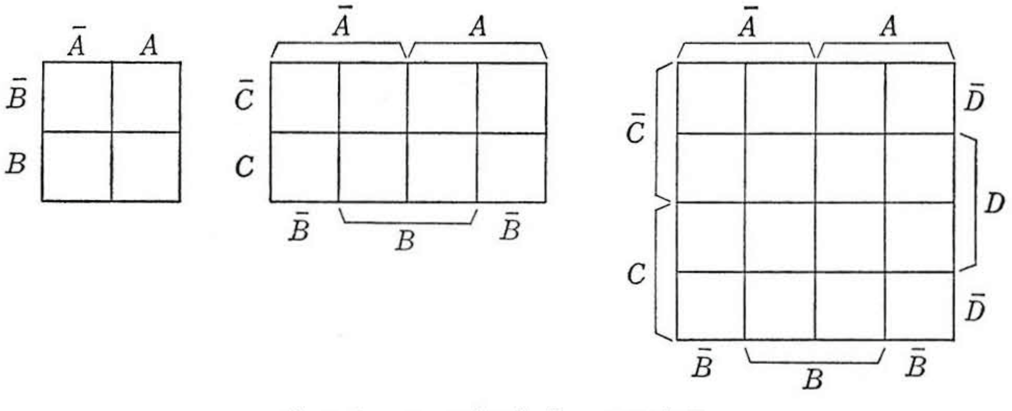
隣接した最小項が図上でも隣接するように配置したもの



2変数カルノー図の領域



各種のカルノーマップ



カルノーマップのもう一つの表現

カルノー図の求め方（加法標準形の場合）

（１）入力変数の数に応じたマス目を描く

（２）論理式の各項に相当するマス目に１を記入する

（真理値表の出力が１になる入力に対応したマス目）

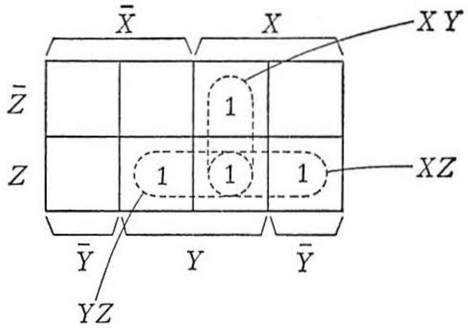
（３）隣りあった１のマス目をループでかこむ　→グループ化の手順へ

（共通変数項を求めたことになる）

（４）共通変数項の論理和を論理式とする

※マス目の上下あるいは左右の端は互いに隣接している

$$f=\bar{X}YZ+X\bar{Y}Z+XY\bar{Z}+XYZ$$



グループ化の手順

（１）孤立していて他の最小項とはグループにできないもの（孤立項）を探して，これに○を付ける

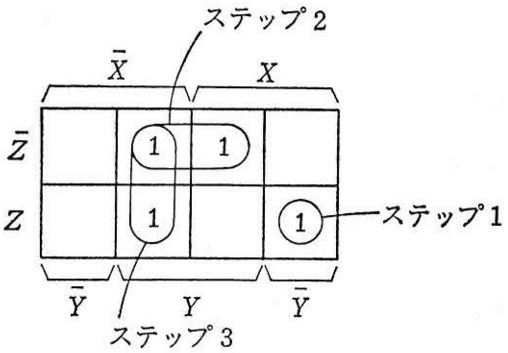
（２）他の１つの最小項とグループ化できるものを探し，これをかこむ（２つ組）

（３）まだグループに入っていない最小項で，すでにグループ化されている項のどれかとグループ化できるものがあれば，これをかこむ（項は重複）

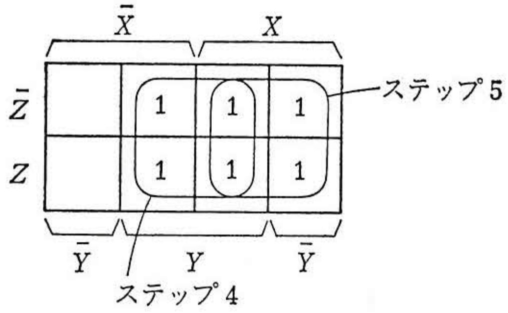
（４）４つの項でひとまとめにできるものがあれば，それをかこむ（４つ組）

（５）４つ組にはなるが，８つ組にはできない項は，重複した４つ組としてかこむ

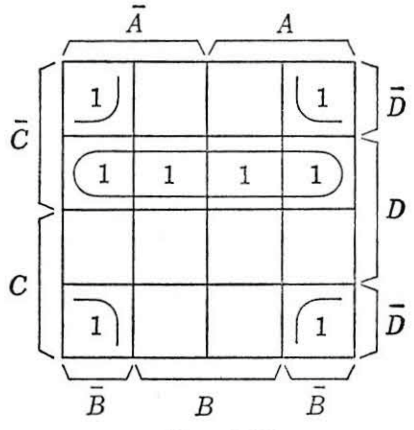
（６）以下、８つ組、16 個組についても同様の手順を繰り返す



(*a*)



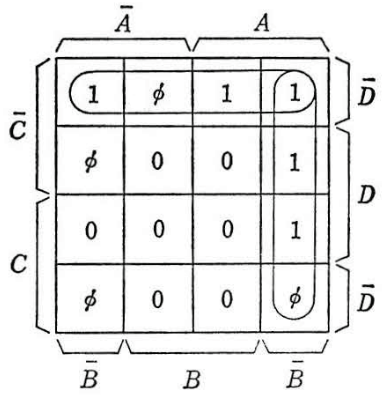
(*b*)



$$f=\bar{C}D+\bar{B}\bar{D}$$

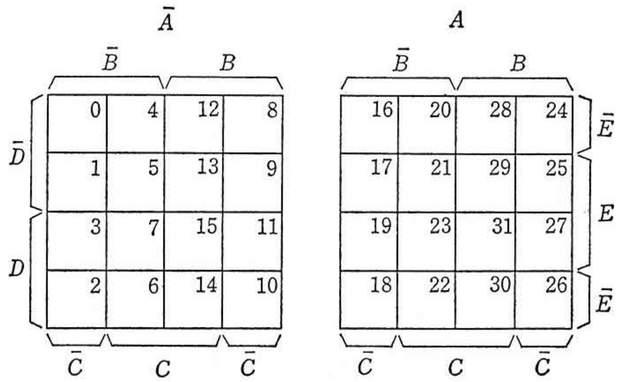
don't care 項のある場合

論理式を与える真理値表において，入力信号の組み合わせに対して
出力が１とも０とも指定されない場合
０あるいは１のどちらでもよいという意味で don't care 項という
カルノー図では ϕ で表す
簡略化の手順では，都合のよいように０あるいは１を割り当ててよい

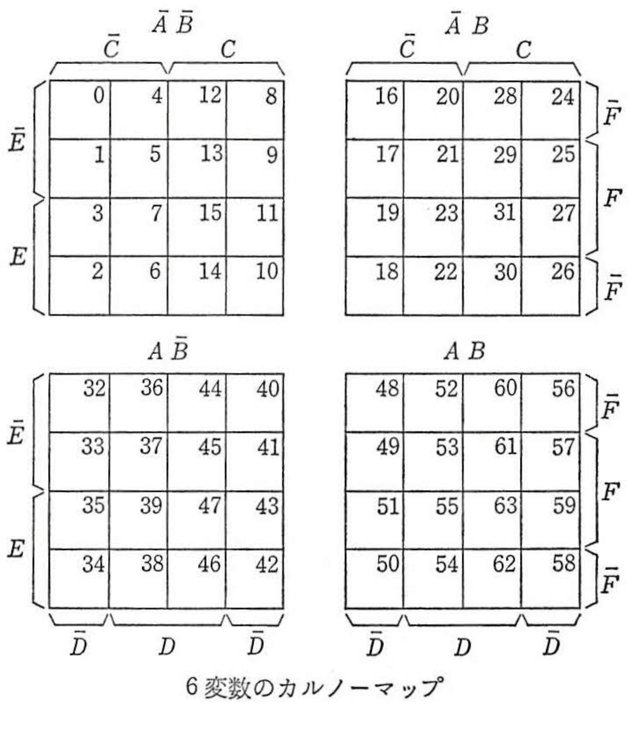


don't care 項のある場合

変数が多い場合→クワイン・マクラスキー法を用いる



５変数のカルノーマップ



６変数のカルノーマップ