

「推論」

1. 命題論理

命題：文（世界について述べている文）

命題変数： P, Q など

結合記号：否定 \neg ，連言 \wedge ，選言 \vee ，含意 \Rightarrow ，同値 \Leftrightarrow

真理値：真 (T)，偽 (F)

真理値表

P	$\neg P$	P	Q	$P \wedge Q$	$P \vee Q$	$P \Rightarrow Q$	$P \Leftrightarrow Q$
T	F	T	T	T	T	T	T
T	F	T	F	F	T	F	F
F	T	F	T	F	T	T	F
F	T	F	F	F	F	T	T

妥当命題：常に真となる命題

充足不能命題：常に偽となる命題

2. 述語論理

定数記号： a, b, c など，

変数記号： x, y, z など

関数記号： f, g など，

述語記号： P, Q など

限量記号： \forall, \exists

\forall ：全称記号と呼ばれ、「すべての個体について～である」という概念を表す。

\exists ：存在記号と呼ばれ、「～であるような個体が少なくとも1つ存在する」という概念を表す。

論理式の例：

$$\forall x [H(x) \Rightarrow \exists y [F(y) \wedge L(x, y)]]$$

3. 推論

演繹：一般的な規則から個別的な事実を導く推論（厳密な意味での推論）

帰納：個別的な事実の集まりから一般法則を導く推論

アブダクション：物事の原因を探る場合に適している推論

導出の方法

$$P, P \Rightarrow Q \vdash Q$$

$$P \Rightarrow Q, Q \Rightarrow R \vdash P \Rightarrow R$$

導出の一般的な表現

$$P \vee Q_1 \vee Q_2 \cdots \vee Q_m, \neg P \vee R_1 \vee R_2 \cdots \vee R_n \vdash Q_1 \vee Q_2 \cdots \vee Q_m \vee R_1 \vee R_2 \cdots \vee R_n$$

(P と $\neg P$ を除いた節の選言)

前向き推論

前提から導出を始めて結論を導く

後向き推論

結論から導出を始めて前提にたどりつく

背理法：証明すべき目標の否定が充足不能であることを示す

推論→探索の問題

4. ファジィ論理

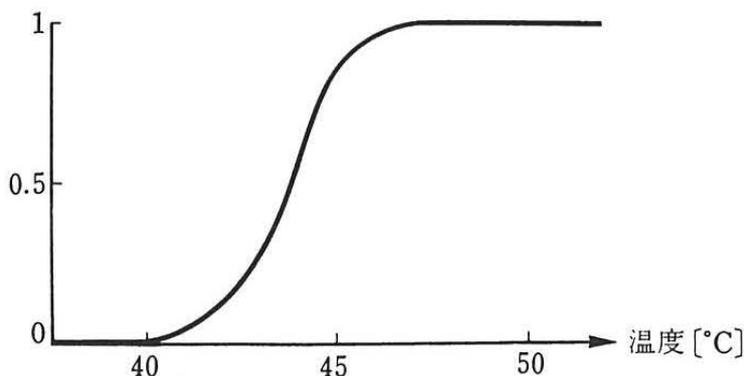
ファジィ集合：

ファジィ集合は、クリस्प集合の特性関数の値域を $[0, 1]$ へと拡張した関数によって定義される。この関数をメンバーシップ関数という。

ファジィ命題：

ファジィ集合を用いて表される命題

ファジィ命題「 x is A 」の真理値は、ファジィ集合 A のメンバーシップ関数 $\mu_A(x)$ で表されると考える。



「熱い」という言葉の意味を表すファジィ集合

述語修飾

	age(John) is not YOUNG
age(John) is YOUNG →	age(John) is very YOUNG
	age(John) is more or less YOUNG

修飾語 m によって述語 A が修飾されたファジィ命題「 x is mA 」の真理値 $\mu_{mA}(x)$ は、

$1 - \mu_A(x)$	：	$m = \text{not}$ の場合
$\mu_A(x)^2$	：	$m = \text{very}$ の場合
$\mu_A(x)^{0.5}$	：	$m = \text{more or less}$ の場合

となる。

ファジィ推論：

R を X から Y へのファジィ関係、 A を X におけるファジィ集合としたとき、

$$B = A \circ R$$

によって Y におけるファジィ集合 B が導かれるとする。

例：

$$X = Y = \{1, 2, 3\} \text{ とし}$$

$$A = \text{LARGE} = 0.1/1 + 0.4/2 + 1/3$$

$$R = \text{APPROXIMATELY-EQUAL} = 1/(1, 1) + 1/(2, 2) + 1/(3, 3)$$

$$+ 0.5/(1, 2) + 0.5/(2, 1) + 0.5/(2, 3) + 0.5/(3, 2)$$

とすれば

$$B = A \circ R = [0.1 \quad 0.4 \quad 1] \circ \begin{bmatrix} 1 & 0.5 & 0 \\ 0.5 & 1 & 0.5 \\ 0 & 0.5 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= [0.4 \quad 0.5 \quad 1]$$

が得られる.

more or less LARGE = $0.1^{0.5}/1 + 0.4^{0.5}/2 + 1^{0.5}/3 = 0.32/1 + 0.63/2 + 1/3$
 であるから, Bは近似的に more or less LARGE であると考えられる.
 したがって, 次のような推論が得られる.

x is large

x and y is approximately equal

y is more or less large

5. 非単調論理

論理体系の単調性

公理の集合 A から証明される定理の集合 $\text{Th}(A)$

集合 A にいくつかの公理をつけ加えた集合 B から証明される集合 $\text{Th}(B)$

とすると, $\text{Th}(A)$ は $\text{Th}(B)$ に必ず含まれる

$A \subset B$ ならば $\text{Th}(A) \subseteq \text{Th}(B)$

単調性が成り立たない場合を非単調性という

例外が含まれる公理が存在する場合は, 非単調性となる

閉世界:

与えられた情報が世界のすべてであり, それ以上の情報が後で得られない
 Prolog の論理体系は閉世界仮説を採用している

推論: 証明されないものが偽であるとみなす

「 $P(x)$ が証明できなければ, $\neg P(x)$ とする」

例: BLOCK(a) \wedge BLOCK(b) \wedge BLOCK(c) という事実

これから BLOCK(d) は証明できないから

\neg BLOCK(d) と仮定する

参考書

長尾 真著: 岩波講座・ソフトウェア科学 14・知識と推論 (岩波書店)

白井 良明著: 人工知能の理論 (コロナ社)

安西 祐一郎著: 認知科学と人工知能 (共立出版)

太原 育夫著: 認知情報処理 (オーム社)

キーワード

命題論理, 述語論理

推論, 導出, 演繹, 帰納, アブダクション

ファジィ